

専 門 教 養
令和 3 年 7 月
60 分

受 験 教 科 等
中・高等学校共通 数 学

注 意

- 1 指示があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 全て係員の指示に従って、静粛に受験してください。
- 3 机上には、受験票、筆記用具、時計以外のものを出してはいけません。
- 4 他の受験者の迷惑になるような行為、スマートフォン等の使用及び不正行為をしてはいけません。
- 5 解答時間は60分です。途中退出はできません。
- 6 問題冊子のページ数は、7 ページです。はじめにページ数を確認してください。
- 7 解答用紙に、**必要事項が正しく記入・マークされていない場合には、解答は全て無効**となります。解答用紙の【1】の欄には、**受験番号を記入し、受験番号に対応する数字をマーク**してください。【2】の欄には、**氏名を記入**してください。ただし、【3】の選択問題を表す欄のマークは**不要**です。
- 8 問題冊子の余白等は、適宜使用しても構いませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 問題文中の「学習指導要領」は、特に指示がある場合を除いて、平成29年又は平成30年告示の「学習指導要領」を表しています。
- 10 問題の内容についての質問には一切応じません。

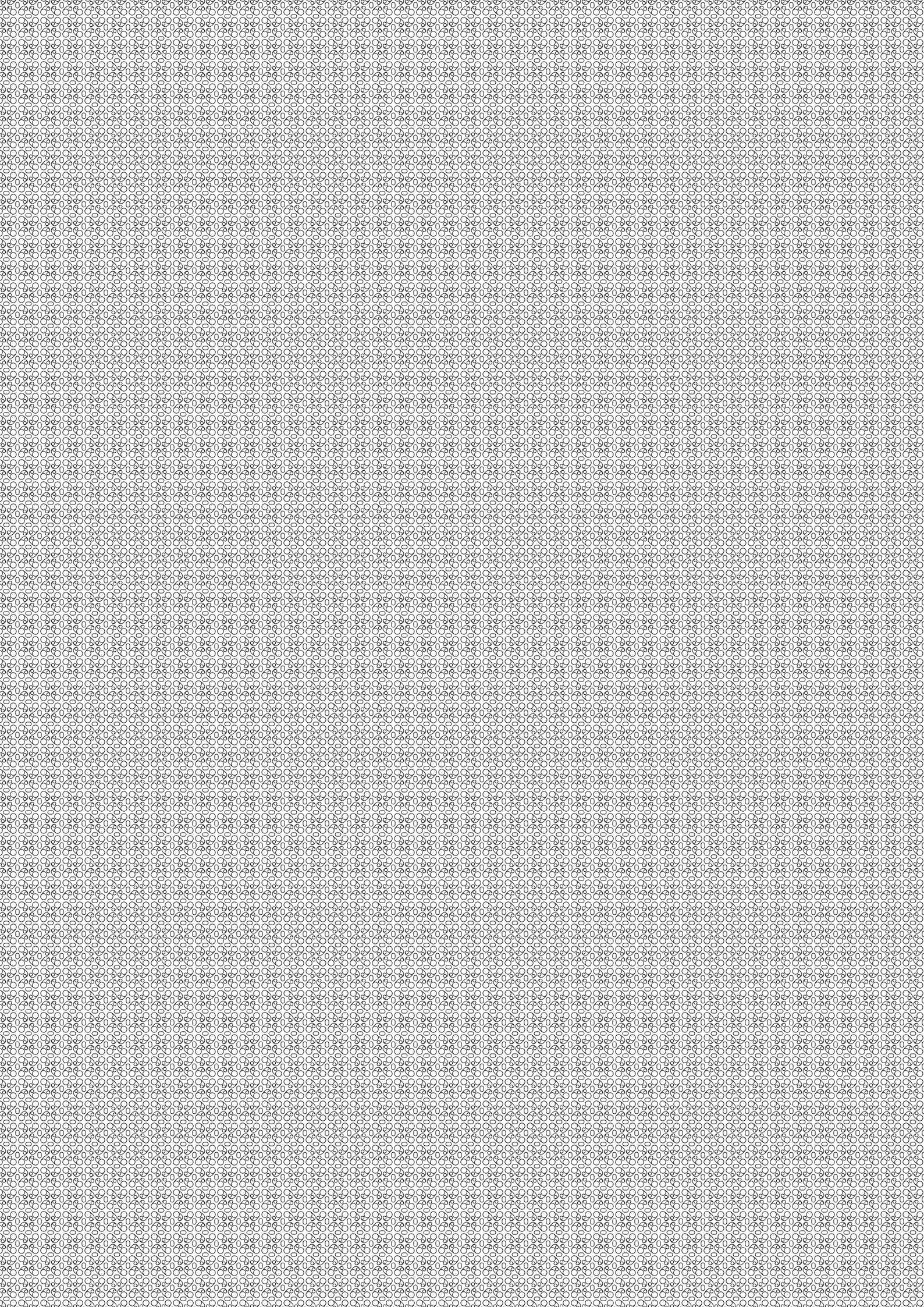
解答上の注意

- 1 解答は、問題文や解答用紙の注意事項に従って、解答欄にマークしてください。各問に対して、正答は一つだけです。**各解答欄に二つ以上マークした場合は誤り**とします。
- 2 「解答番号は 1。」と表示のある問に対して、3 と解答する場合には、次の（例1）のように解答番号 1 の解答欄の③にマークしてください。

(例1)

解答 番号	解答欄
1	① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

解答上の注意の続きを、問題冊子の裏表紙に記載してあります。問題冊子を裏返して必ず読んでください。



問題は、次のページから始まります。

1 次の各問に答えよ。

[問 1] $\frac{4}{13}$ を小数で表したとき、小数第 1 位から小数第 n 位までの各位の数字の和を $S(n)$ とすると、 $S(20) = \boxed{12}$ である。

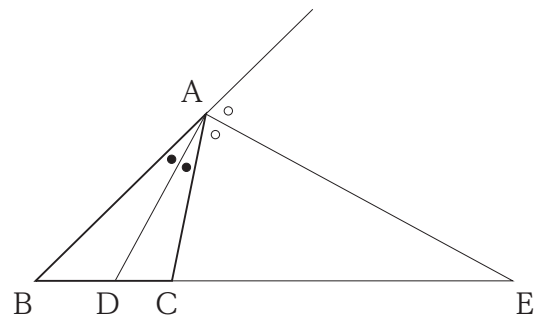
[問 2] x についての 2 次方程式 $x^2 + 2(k + 4)x + 2(k^2 + 7k) = 0$ の解が、すべて正であるような定数 k の値の範囲は、 $\boxed{34} \leq k < \boxed{56}$ である。

[問 3] 1 から 6 までの目の出る大小一つずつのさいころを同時に 1 回投げる。大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とするとき、 a と b の最大公約数が 2 以上である目の出方は全部で $\boxed{78}$ 通りある。

[問 4] $AB = 7$ 、 $BC = 4$ 、 $CA = 5$ である $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とし、 $\angle A$ の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を E とする。

このとき、

$DC = \frac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$ 、 $CE = \boxed{1112}$ である。



[問 5] 連立方程式 $\begin{cases} xy = 243 \\ \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \end{cases}$ を満たす正の実数 x, y ($x < y$) は、

$(x, y) = (\boxed{13} , \boxed{1415})$ である。ただし、 $x \neq 1, y \neq 1$ とする。

[問 6] 点 O を中心とする半径 1 の円の周上に異なる 3 点 A, B, C がある。

$7\vec{OA} + 5\vec{OB} + 3\vec{OC} = \vec{0}$ であるとき、内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{\boxed{16}\boxed{17}\boxed{18}}{\boxed{19}\boxed{20}}$ である。

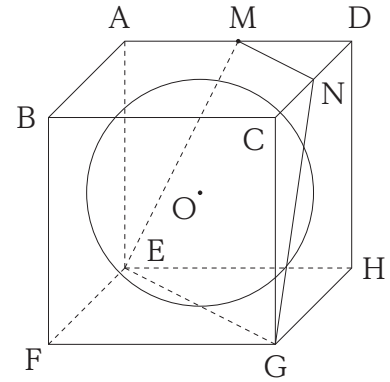
[問 7] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} + 6^{n+1}}{8^n} = \frac{\boxed{21}\boxed{22}}{\boxed{23}}$ である。

[問 8] 2 つの複素数 α, β が、 $\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 、 $\beta = 1 - i$ のとき、

$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{12} = \frac{\boxed{24}\boxed{25}}{\boxed{26}\boxed{27}}$ である。ただし、 i は虚数単位である。

2 1 辺の長さが 4 の立方体 ABCD-EFGH に内接する球がある。球の中心を O とし、辺 AD の中点を M とする。

また、3 点 M、E、G を通る平面を平面 α とし、平面 α と辺 CD との交点を N とするとき、次の各問に答えよ。



[問 1] 点 M から直線 EG に下ろした垂線の長さは $\boxed{28}$ $\sqrt{\boxed{29}}$ である。

また、四角形 MEGN の面積は $\boxed{30\boxed{31}}$ である。

[問 2] 立体 DMN-HEG の体積は $\frac{\boxed{32\boxed{33}}}{\boxed{34}}$ である。

[問 3] 点 O と平面 α との距離は $\frac{\boxed{35}}{\boxed{36}}$ である。また、この球を平面 α で切断するとき、

平面 α のうち、球内に含まれる部分の面積は $\frac{\boxed{37\boxed{38}}}{\boxed{39}} \pi$ である。

3 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で定義された 2 つの関数 $f(x) = \sin 2x$ 、 $g(x) = \cos x$ がある。このとき、次の各問に答えよ。

[問 1] $f(x) = g(x)$ となる x の値は、 $x = \frac{\boxed{40}}{\boxed{41}} \pi$ 、 $\frac{\boxed{42}}{\boxed{43}} \pi$ である。

ただし、 $\frac{\boxed{40}}{\boxed{41}} < \frac{\boxed{42}}{\boxed{43}}$ とする。

[問 2] 2 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{44}}{\boxed{45}}$ である。

[問 3] 2 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の

体積は $\frac{\boxed{46} \sqrt{\boxed{47}}}{\boxed{48} \boxed{49}} \pi$ である。

- 4 高等学校「数学 I」の「二次関数」の学習に関する次の事例を読み、次のページの各問に答えよ。

T教諭は、【問題 1】を提示した。

【問題 1】 $x^2 + y^2 = 4$ を満たす実数 x, y に対して、
 $x^2 + 6x + 2y^2 - 11$ の最大値と最小値を求めよ。

しばらくして、T教諭が生徒の様子を見たところ、生徒の多くが $x^2 + y^2 = 4$ の条件式から与えられた式を x だけの式で表し、二次関数の最大値と最小値を求める問題として解いていた。T教諭は、誤った解答が多いことに気づき、以下のように板書した。

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 = 4 \text{ より } y^2 &= 4 - x^2 \text{ を与えられた式に代入して } y \text{ を消去すると} \\x^2 + 6x + 2y^2 - 11 &= x^2 + 6x + 2(4 - x^2) - 11 \\&= x^2 + 6x + 8 - 2x^2 - 11 \\&= -x^2 + 6x - 3 \\&= -(x^2 - 6x) - 3 \\&= -(x - 3)^2 + 6\end{aligned}$$

したがって、最大値は 6、最小値はない

T教諭は、「このように解答した人が多くいますが、この解答には誤りがあります。」と生徒に伝え、与えられた条件から x のとりうる値の範囲を確認するよう指示した。その後、生徒の多くは x のとりうる値の範囲が実数全体ではないことに気づき、最大値と最小値を正しく求めることができた。

T教諭は、正しい解法を説明し、文字を消去する際には変数のとりうる値の範囲を考慮することの大切さを伝えた。

次に、T教諭は、【問題 2】を提示した。

【問題 2】 $2x^2 + y^2 = 4x$ を満たす実数 x, y に対して、
 $x^2 + y^2$ の最大値を求めよ。

生徒の多くは、【問題 1】の解法を理解し、【問題 2】の与えられた条件から x のとりうる値の範囲を求め、最大値を正しく求めることができた。

T教諭は、【問題 2】の解法を説明し、最大値と最小値を求める際には変数のとりうる値の範囲を考慮することを忘れないように伝え、授業のまとめを行った。

[問 1] 下線部①について、 x のとりうる値の範囲として適切なものは、次の1～4のうちどれか。解答番号は 。

1 $-4 \leq x \leq 4$

2 $-2 \leq x \leq 2$

3 $0 \leq x \leq 2$

4 $0 \leq x \leq 4$

[問 2] 下線部②について、最大値と最小値との組合せとして適切なものは、次の1～4のうちどれか。解答番号は 。

1 最大値：5 最小値：-19

2 最大値：5 最小値：-3

3 最大値：6 最小値：-43

4 最大値：6 最小値：-3

[問 3] 下線部③について、 x のとりうる値の範囲と最大値との組合せとして適切なものは、次の1～4のうちどれか。解答番号は 。

1 x のとりうる値の範囲： $-2 \leq x \leq 2$ 最大値：3

2 x のとりうる値の範囲： $-2 \leq x \leq 2$ 最大値：4

3 x のとりうる値の範囲： $0 \leq x \leq 2$ 最大値：3

4 x のとりうる値の範囲： $0 \leq x \leq 2$ 最大値：4

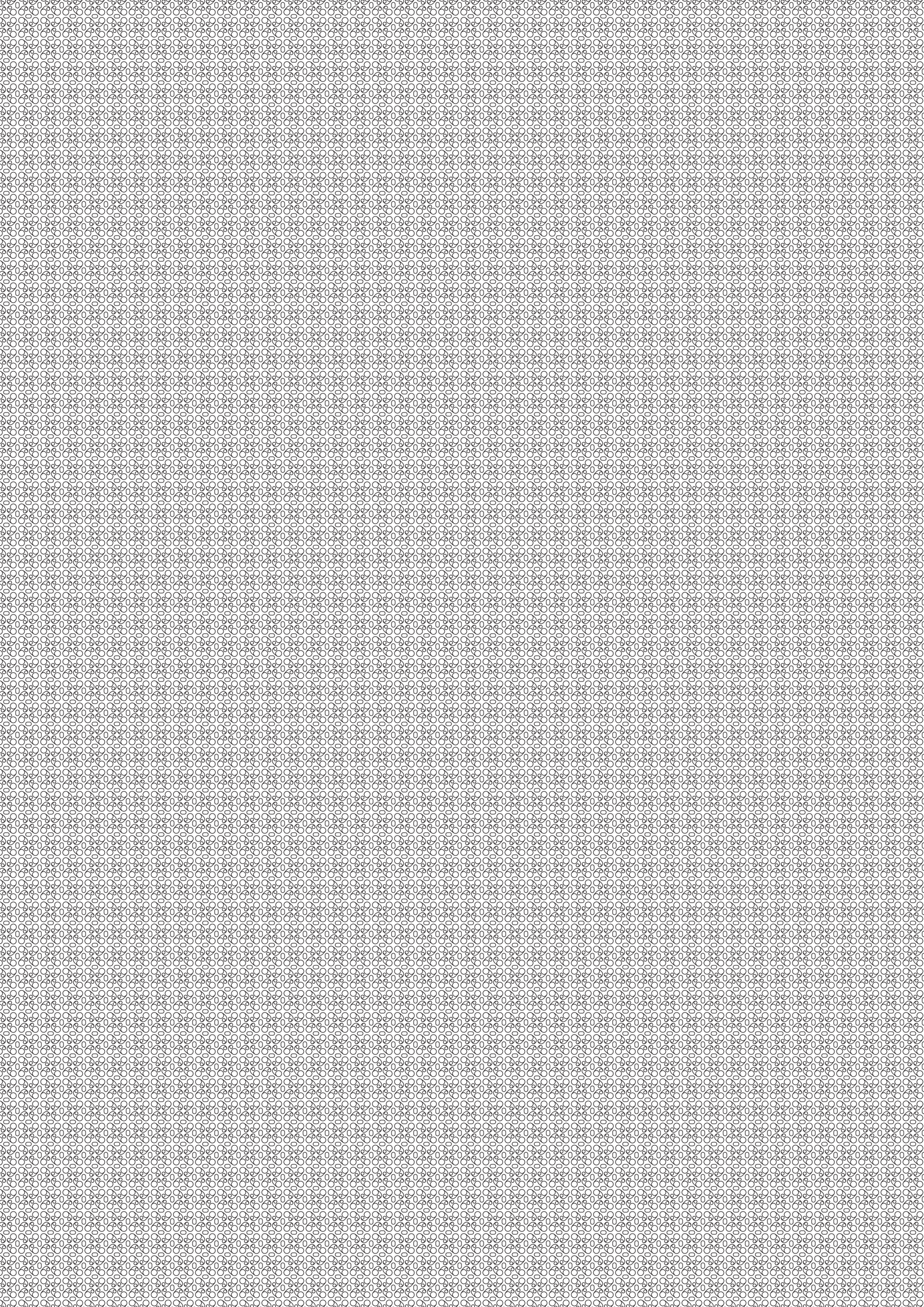
5 学習指導要領に関する次の各問に答えよ。

[問 1] 中学校学習指導要領数学の「各学年の目標及び内容」の〔第3学年〕の「内容」において、身に付けることができるよう指導することとされている知識及び技能に関する記述として適切なものは、次の1～4のうちのどれか。解答番号は 。

- 1 「A 数と式」においては、数の平方根の必要性と意味を理解すること。
- 2 「B 図形」においては、多角形の角についての性質が見いだせることを知ること。
- 3 「C 関数」においては、事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知ること。
- 4 「D データの活用」においては、ヒストグラムや相対度数などの必要性と意味を理解すること。

[問 2] 高等学校学習指導要領数学の「数学C」の「目標」に関する記述として適切なものは、次の1～4のうちのどれか。解答番号は 。

- 1 図形の性質、場合の数と確率についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学と人間の活動の関係について認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- 2 ベクトル、平面上の曲線と複素数平面についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学的な表現の工夫について認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- 3 数列、統計的な推測についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学と社会生活との関わりについて認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- 4 極限、微分法及び積分法についての概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。



3 問題文中の $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ などの \square には、数字又は符号（-）が入ります。次の(1)~(4)の方法でマークしてください。

(1) $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$ 、……の一つ一つは、それぞれ1~9、0の数字又は符号（-）のいずれか一つに対応します。それらを $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$ 、……で示された解答欄にマークしてください。

例えば、 $\boxed{234}$ に -84 と解答する場合には、次の(例2)のようにマークします。

(例2)

解答番号	解答欄
$\boxed{2}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ●
$\boxed{3}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⑩ ⊖
$\boxed{4}$	① ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

なお、同一の問題文中に $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ のように細字で表記します。

(2) 分数形で解答する場合は、符号は分子に付け、分母に付けてはいけません。また、分数は既約分数で答えてください。

例えば、 $\frac{\boxed{56}}{\boxed{7}}$ に $-\frac{4}{5}$ と解答する場合には、 $\frac{-4}{5}$ として、次の(例3)のように

マークします。

(例3)

解答番号	解答欄
$\boxed{5}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ●
$\boxed{6}$	① ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖
$\boxed{7}$	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

(3) 小数の形で解答する場合は、特に指示されていなければ、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで⑩にマークしてください。

例えば、 $\boxed{8.910}$ に 2.6 と解答する場合には、2.60 として答えてください。

(4) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。